Matematica Discreta (II modulo)

Quarto appello, a.a. 1999/2000

18 settembre 2000

Esercizio 1 Dire se il seguente sistema di congruenze

$$\begin{cases} x \equiv 4 & \mod 168 \\ x \equiv 25 & \mod 119 \end{cases}$$

ammette soluzione ed in tal caso determinarle tutte.

Esercizio 2 Sia x_n la successione definita dell'equazione ricorsiva lineare

$$x_{n+2} = x_{n+1} + 2x_n$$

con dati iniziali $x_0 = 1$ e $x_1 = 1$.

1. Si provi che $x_n + x_{n+1} = 2^{n+1}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.
2. Si provi che $x_n \geq 2^{n-1}$ per ogni $n \geq 2$.
3. Si determini una espressione esplicita di x_n.

Esercizio 3 Sia X un insieme finito e $A, B \subseteq X$. Si determini, in funzione delle cardinalità di X,A e B, la cardinalità dell'insieme $\mathcal{S} = \{\sigma \in S_X \mid \sigma(A) \subseteq B\}$.

Esercizio 4 Sia $d = (1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,)$. Provare che esiste un grafo G tale che $\text{score}(G) = d$ e costruirne uno.

Dire, motivando la risposta,

1. se un tale G può essere connesso;
2. se un tale G può avere dei cicli.

Esercizio 5 Sia G un grafo finito, connesso e tale che $\deg(v) = 2$ per ogni vertice v. Si provi che $G \cong C_n$ essendo $n = |V(G)|$.

Esercizio 6 Dire quali tra i seguenti grafi sono isomorfi e quali no:

1. G_1 definito da $V(G_1) = \mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$, $E(G_1) = \{\{n,m\} \mid n - m = 3 \text{ in } \mathbb{Z}/8\mathbb{Z}\}$.
2. G_2 definito da $V(G_2) = \mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$, $E(G_2) = \{\{n,m\} \mid n - m = 2 \text{ in } \mathbb{Z}/8\mathbb{Z}\}$.
3. G_3 definito da $V(G_3) = (\mathbb{Z}/15\mathbb{Z})^*$, $E(G_3) = \{\{n,m\} \mid n = 2m \text{ in } \mathbb{Z}/15\mathbb{Z}\}$.

Soluzioni proposte

Soluzione dell'esercizio 1

❏

Soluzione dell'esercizio 2

❏

Soluzione dell'esercizio 3

❏

Soluzione dell'esercizio 4

❏

Soluzione dell'esercizio 5

❏

Soluzione dell'esercizio 6

❏