Matematica Discreta (II modulo)

quinto appello, a.a. 1999/2000

22 gennaio 2001

Esercizio 1 Si consideri la funzione $\sigma : \mathbb{Z}/_{17\mathbb{Z}} \to \mathbb{Z}/_{17\mathbb{Z}}$ definita da $\sigma([x]) = [13]\,[x]$. Dopo aver dimostrato che σ è una permutazione, se ne trovi la decomposizione in cicli disgiunti. Si dica infine qual'è il minimo $k > 0$ tale che $\sigma^k = \mathrm{id}$.

Esercizio 2 Sia x_n la successione definita per ricorrenza da:

$$\begin{cases} x_{n+2} = 3x_{n+1} + 2x_n & \text{se } n \geq 0 \\ x_1 = 5 \\ x_0 = 15 \end{cases}$$

1. Provare che x_n è dispari per ogni n
2. Determinare il massimo comun divisore (x_{n+1}, x_n) per ogni n.

Esercizio 3 Siano $n, m, k \in \mathbb{Z}$. Si provi che se $(n, m) = 1$ allora $(n, mk) = (n, k)$. Dire, motivando la risposta se è vero il viceversa.

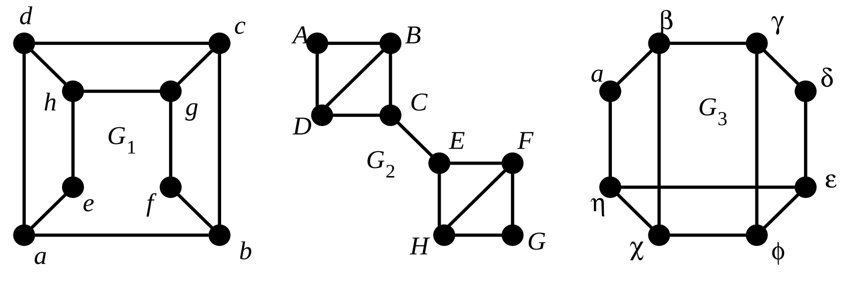
Esercizio 4 Si provi che se un albero ha un vertice di grado k, allora ha almeno k foglie.

Dire, motivando la risposta con una dimostrazione o un contresempio, se è vero il viceversa.

Esercizio 5 Siano $d_1 = (3, 3, 3, 4, 4, 5, 6)$ e $d_2 = (1, 1, 1, 1, 4, 4)$. Dire in quale dei due casi esiste un grafo G tale che $\mathrm{score}(G) = d$. In caso di risposta affermativa, dire se un tale grafo

1. può essere sconnesso
2. può essere senza cicli

Esercizio 6 Dire quali tra i grafi rappresentati in figura sono tra loro isomorfi e quali no:



Soluzioni proposte

Soluzione dell'esercizio 1
❏

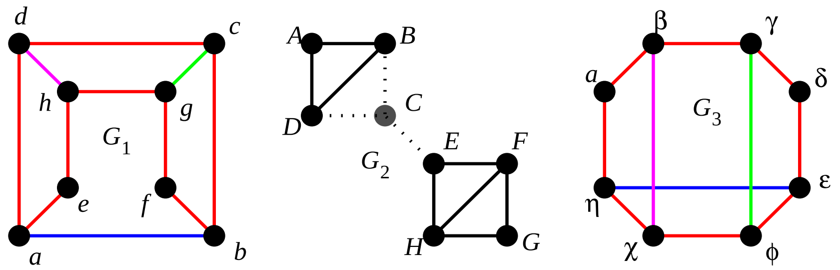
Soluzione dell'esercizio 2
❏

Soluzione dell'esercizio 3
❏

Soluzione dell'esercizio 4
❏

Soluzione dell'esercizio 5
❏

Soluzione dell'esercizio 6 $G_1 \cong G_3$ sono entrambi Hamiltoniani, in particolare sono due connessi, mentre G_2 non è 2-connesso, infatti $G_2 - C$ non è connesso.



❏